

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА В МАГНИТНЫХ КОМПОЗИТНЫХ НАНОМАТЕРИАЛАХ НА ОСНОВЕ РЕШЕТОК ФЕРРОМАГНИТНЫХ НАНОСФЕР¹

Аннотация. Рассчитана зависимость действительных и мнимых частей компонент тензора эффективной магнитной проницаемости наноструктурированной гиромагнитной среды на основе периодической решетки ферромагнитных (железо) наносфер от постоянного поля намагничивания на частоте $f = 9,375$ ГГц. Проведено сравнение вычисленной частоты и ширины линии ферромагнитного резонанса в наноструктурированной среде на основе магнитной нанорешетки (магнитном наноматериале) и частоты ферромагнитного резонанса в сплошной гиромагнитной среде.

Ключевые слова: тензор магнитной проницаемости, наноструктурированная среда, периодическая решетка, ферромагнитные наносферы, поле намагничивания.

Abstract. The real and imaginary parts of effective permeability tensor components of the nanostructured gyromagnetic medium based on a 3D periodic array of ferromagnetic (iron) nanospheres were calculated depending on the bias magnetic field at frequency $f = 9,375$ GHz. The comparison of the calculated frequency and width of line of ferromagnetic resonance in the nanostructured medium based on the magnetic nanoarray (the magnetic nanomaterial) and ones in the continuum gyromagnetic medium was done.

Keywords: permeability tensor, nanostructured medium, periodic array, ferromagnetic nanospheres, bias magnetic field.

Введение

Ферриты, широко используемые в устройствах СВЧ, обладают достаточно малой магнитной проницаемостью, низким магнитным моментом и относительно высокими потерями для их продвижения в миллиметровый и терагерцовый диапазоны. Новой тенденцией развития техники СВЧ, КВЧ и ИК диапазонов является применение магнитных композитных наноматериалов на основе решеток ферромагнитных металлических наночастиц в немагнитной диэлектрической матрице. В этой связи актуальной является задача электродинамического расчета размерно-зависимых электромагнитных свойств и параметров магнитных наноматериалов в зависимости от геометрии магнитных элементов (сферы, эллипсоиды, цилиндры, диски, параллелепипеды), а также размеров и расстояний между магнитными наночастицами при их сокращении до длины обменного взаимодействия.

1 Математическая модель

Математическая модель магнитных явлений в системах ферромагнитных наночастиц базируется на уравнении движения намагниченности в ферромагнетике в форме Ландау-Лифшица с учетом обменного взаимодействия [1]:

¹ Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 05-08-33503.

$$\frac{d\vec{M}(t)}{dt} = -\gamma(\vec{M}(t) \times \vec{H}_{\text{эф}}(t)) + \omega_r(\chi_0 \vec{H}(t) - \vec{M}(t)); \quad (1)$$

$$\vec{H}_{\text{эф}}(t) = \vec{H}(t) + \vec{H}_q(t);$$

$$\vec{H}_q(t) = q \nabla^2 \vec{M}(t),$$

совместно с уравнениями Максвелла:

$$\begin{aligned} \text{rot } H(t) &= \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}(t)}{\partial t} + \sigma \vec{E}(t); \\ \text{rot } E(t) &= -\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\vec{B}(t) = \vec{M}(t) + \mu_0 \vec{H}(t),$$

где $\vec{E}(t)$, $\vec{H}(t)$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей; $\vec{M}(t)$ – вектор намагниченности среды; $\vec{B}(t)$ – вектор магнитной индукции; $\vec{H}_{\text{эф}}(t)$ – суммарное эффективное поле, включающее $\vec{H}_q(t)$ – поле обменного взаимодействия; ∇ – оператор Лапласа; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды; σ – электропроводность среды; ϵ_0 , μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; γ – гиромагнитное отношение; ω_r – частота релаксации; χ_0 – статическая восприимчивость; q – константа обменного взаимодействия.

Система уравнений Максвелла (2) совместно с уравнением Ландау-Лифшица (1) с учетом обменного взаимодействия дополняется электродинамическими граничными условиями и условиями неасимптотического излучения.

В работе [2] разработана математическая модель распространения электромагнитных волн в гиромагнитных наноструктурированных средах, базирующаяся на решении краевой задачи для уравнений Максвелла (2) совместно с уравнением движения намагниченности в форме Ландау-Лифшица (1) с учетом поля обменного взаимодействия. Краевая задача решена на основе декомпозиционного подхода с использованием в качестве базового элемента автономного блока (АБ) в виде прямоугольного параллелепипеда с магнитными нановключениями и каналами Флоке [3].

В работе [2] показано, что наноструктурированная среда на основе периодической решетки ферромагнитных металлических наночастиц в немагнитной диэлектрической матрице (рис. 1) ведет себя как гиромагнитная среда с тензором эффективной магнитной проницаемости

$$\vec{\mu}^\Sigma = \begin{pmatrix} \mu^\Sigma & -i\mu_\alpha^\Sigma & 0 \\ i\mu_\alpha^\Sigma & \mu^\Sigma & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z^\Sigma \end{pmatrix} \quad (3)$$

и относительной эффективной диэлектрической проницаемостью ϵ^Σ , при плотности упаковки ячейки периодической нанорешетки $\frac{r}{a} \leq 0,2$ (расстоянии между наносферами $d \geq 5r$), где r – радиус наносфер ($r = 150$ нм), a – период решетки. На основе разработанной методики [2] были рассчитаны значения компонентов тензора эффективной магнитной проницаемости $\tilde{\mu}^\Sigma$ и эффективной диэлектрической проницаемости ϵ^Σ из уравнений для постоянных распространения продольных и поперечных волн в трехмерной периодической решетке ферромагнитных наносфер. При этом постоянные распространения были получены из решения краевой электродинамической задачи без упрощения уравнений и граничных условий.

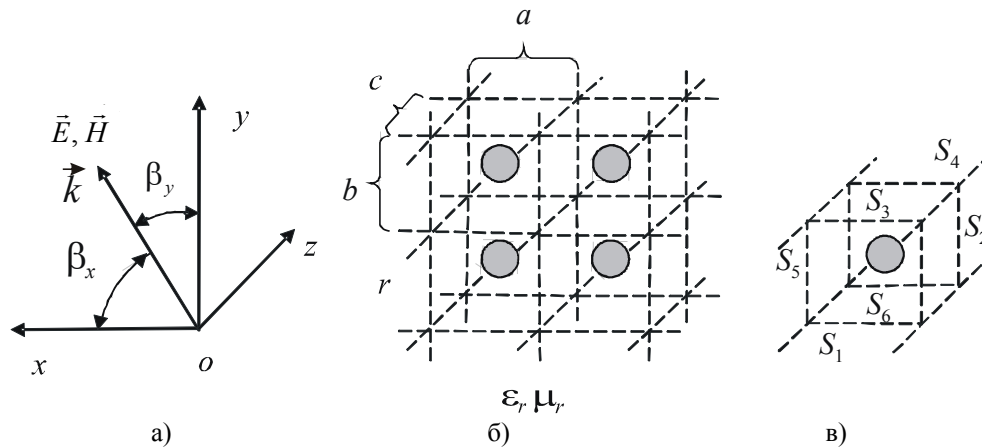


Рис. 1 Модель наноструктурированной гиромангнитной среды на основе решетки магнитных наночастиц: а – направление распространения волнового процесса $\vec{k}_0$; б – трехмерная периодическая решетка ферромагнитных наносфер; в – моделирование ячейки АБ с каналами Флоке

Однако вычислительный алгоритм решения краевой задачи для уравнений Максвелла (2) совместно с Ландау-Лифшица с учетом обменного взаимодействия (1) достаточно сложный [3], поэтому возможны ошибки на этапах разработки и создания алгоритма. Определенные гарантии достоверности результатов математического моделирования может дать лишь тестовая задача, имеющая аналитическое решение. Сформулируем такую задачу и решим ее.

2 Ферромагнитный резонанс в сплошной гиромангнитной среде и решетке ферромагнитных металлических наносфер. Тестовая задача

Рассмотрим свободную прецессию намагниченности в неограниченной гиромангнитной среде, исходя из уравнения движения намагниченности (1). Рассматривая вынужденную прецессию с учетом потерь, получим из (1), если пренебречь малыми величинами второго порядка, следующую систему уравнений:

$$(i\omega + \omega_r)M_x + \omega_H M_y = \gamma M_0 H_y + \omega_r \chi_0 H_x,$$

$$\begin{aligned}
-\omega_H M_x + (i\omega + \omega_r) M_y &= -\gamma M_0 H_x + \omega_r \chi_0 H_y, \\
(i\omega + \omega_r) M_z &= \omega_r \chi_0 H_z,
\end{aligned} \tag{4}$$

где γ – гиромагнитное отношение; $\chi_0 = \frac{M_0}{H_0}$ – статическая магнитная восприимчивость; $\omega_r = \alpha\gamma H_0$ – частота релаксации; $\omega_H = \gamma H_0$ – частота ферромагнитного резонанса. Собственная частота прецессии намагниченности является комплексной и равна $\omega_0 = \omega_H + i\omega_r$.

Решая систему линейных алгебраических уравнений (4), определяем компоненты тензора магнитной восприимчивости [1]:

$$\chi = \chi_0 \frac{\omega_{rr}^2 + i\omega\omega_r}{\omega_{rr}^2 - \omega^2 + i2\omega\omega_{rr}}; \tag{5}$$

$$\chi_\alpha = \chi_0 \frac{\omega\omega_H}{\omega_{rr}^2 - \omega^2 + i2\omega\omega_{rr}}; \tag{6}$$

$$\chi_z = \chi_0 \frac{\omega_r}{i\omega + \omega_r}, \tag{7}$$

где $\omega_{rr} = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_r^2}$ – резонансная частота.

Разделяя вещественные и мнимые части (5), (6) и (7), получаем:

$$\chi = \chi' - i\chi'' = \chi_0 \frac{\omega_{rr}^2 (\omega_{rr}^2 - \omega^2) + 2\omega^2 \omega_r^2}{(\omega_{rr}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2} - i\chi_0 \frac{\omega\omega_{rr}(\omega_{rr}^2 + \omega^2)}{(\omega_{rr}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2}; \tag{8}$$

$$\chi_\alpha = \chi'_\alpha - i\chi''_\alpha = \chi_0 \frac{\omega\omega_H (\omega_{rr}^2 - \omega^2)}{(\omega_{rr}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2} - i\chi_0 \frac{2\omega^2 \omega_r \omega_H}{(\omega_{rr}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \omega_r^2}; \tag{9}$$

$$\chi_z = \chi'_z - i\chi''_z = \chi_0 \frac{\omega_r^2}{\omega^2 + \omega_r^2} - i\chi_0 \frac{\omega\omega_r}{\omega^2 + \omega_r^2}. \tag{10}$$

Компоненты тензора магнитной проницаемости $\vec{\mu}$ определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
\mu &= \mu' - i\mu'' = (1 + 4\pi\chi') - i(4\pi\chi''), \\
\mu_\alpha &= \mu'_\alpha - i\mu''_\alpha = (4\pi\chi'_\alpha) - i(4\pi\chi''_\alpha), \\
\mu_z &= \mu'_z - i\mu''_z = (1 + 4\pi\chi'_z) - i(4\pi\chi''_z).
\end{aligned} \tag{11}$$

Результаты расчетов компонентов тензора магнитной проницаемости $\vec{\mu}$ по формулам (11) хорошо согласуются с результатами эксперимента [1] при намагничивании ферромагнитного материала до насыщения. Компоненты тензора $\vec{\mu}$ в (11) зависят от величины $\chi_0 = \frac{M_0}{H_0}$ (статическая магнитная

восприимчивость). Провести сравнение значений компонентов тензора магнитной проницаемости $\vec{\mu}$ сплошной ферромагнитной среды, рассчитанных по формулам (11), с вычисленными при помощи разработанного алгоритма значениями компонентов тензора эффективной магнитной проницаемости $\vec{\mu}^{\Sigma}$ наноструктурированной гиромангнитной среды затруднительно, т.к. вычислительный алгоритм не позволяет проводить расчеты эффективной статической восприимчивости χ_0^{Σ} для магнитного наноматериала.

Поэтому сравнение результатов вычислений при помощи разработанного алгоритма с аналитическими расчетами по известным формулам проведем по совпадению частот ферромагнитного резонанса в сплошной гиромангнитной среде и наноструктурированной среде (магнитном наноматериале), что не требует знания численного значения эффективной статической магнитной восприимчивости χ_0^{Σ} .

Такое сравнение возможно лишь для случая наноструктурированной среды на основе решетки магнитных наносфер, т.к. только в этом случае сферической геометрии наночастиц собственная частота однородного типа колебаний намагниченности ферритовой сферы [1]

$$\omega_o = \gamma H_0,$$

(причем как уединенной ферритовой сферы, так и системы магнитных наночастиц [4, 5]), совпадает с частотой прецессии намагниченности (частотой ферромагнитного резонанса)

$$\omega_H = \gamma H_0$$

в неограниченной ферромагнитной среде [1].

3 Результаты математического моделирования явления ферромагнитного резонанса в решетке ферромагнитных металлических наносфер

На графике (рис. 2) показана рассчитанная зависимость действительных и мнимых частей компоненты μ^{Σ} тензора эффективной магнитной проницаемости $\vec{\mu}^{\Sigma}$ наноструктурированной среды на основе решетки ферромагнитных (железо) наносфер (рис. 1) ($r/a = 2$) от постоянного поля намагничивания H_0 на частоте $f = 9,375$ ГГц.

Постоянные распространения электромагнитных волн, распространяющихся в трехмерной периодической решетке ($\alpha_x = \alpha_y = 90^\circ$; $\alpha_z = 0$; $a = b = c$, рис. 1) ферромагнитных наносфер, рассчитаны при помощи разработанного вычислительного алгоритма методом АБ с магнитными нановключениями и каналами Флоке.

Электродинамический расчет проведен при следующих параметрах магнитного наноматериала: ферромагнитные металлические наносферы радиусом $r = 150$ нм (материал наночастиц – железо, константа обменного взаимодействия $\mu_0 q = 2,2 \cdot 10^{-9}$ Э·см²; проводимость $\sigma = 1,03 \cdot 10^5$ Ом⁻¹·см⁻¹; параметр диссипации $\omega_r = 0,0023 \gamma H_0$, $\alpha = 0,0023$ [1]; намагниченность насы-

щения $4\pi M_0 = 21580$ Гс) находятся в немагнитной матрице – диэлектрической среде с относительными диэлектрической и магнитной проницаемостями $\epsilon_v = 2,25$, $\mu_v = 1$.

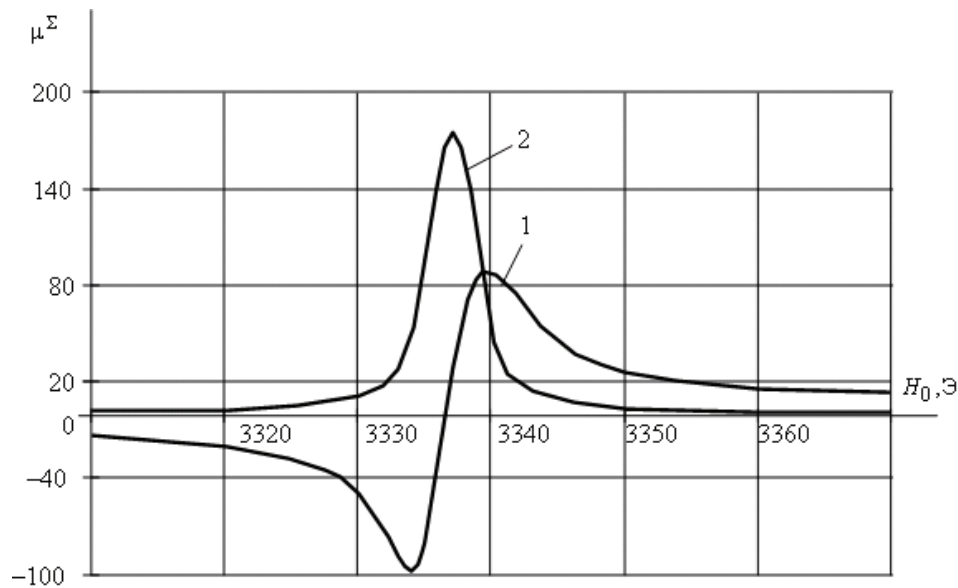


Рис. 2 Ферромагнитный резонанс в наноструктурированной гиромангнитной среде на основе решетки ферромагнитных (железо) наносфер: кривая 1 – действительная часть μ^{Σ} ; кривая 2 – мнимая часть μ^{Σ} ; $r = 150$ нм; $\frac{r}{a} = 0,2$; $f = 9,375$ ГГц

На графике (рис. 3) показана теоретическая зависимость (параметры феррита взяты из эксперимента) [1] действительных и мнимых частей компоненты μ тензора магнитной проницаемости $\vec{\mu}$ сплошной ферромагнитной среды (намагниченность насыщения $M_0 = 160$ Гс, магнитные потери $\alpha = 0,025$ [1], для $H_0 = 3330$ Э на частоте $f = 9,375$ ГГц) от постоянного поля намагничивания H_0 .

Из графиков на рис. 2 и 3 следует, что совпадение частот ферромагнитного резонанса наблюдается при постоянном поле намагничивания $H_0 = 3330$ Э. Ход кривых на графиках (рис. 2, 3) качественно совпадает, хотя численные значения действительных и мнимых частей компонентов μ и μ^{Σ} различны.

На частоте ферромагнитного резонанса действительные и мнимые части компонентов тензора магнитной проницаемости $\vec{\mu}$ из (11) равны [1]:

$$\begin{aligned}\mu &= \mu' - i\mu'' = (1 + 2\pi\chi_0) - i\left(2\pi\chi_0 \frac{\omega_{rr}}{\omega_r}\right), \\ \mu_{\alpha} &= \mu'_{\alpha} - i\mu''_{\alpha} = 0 - i\left(2\pi\chi_0 \frac{\omega_H}{\omega_r}\right).\end{aligned}\quad (12)$$

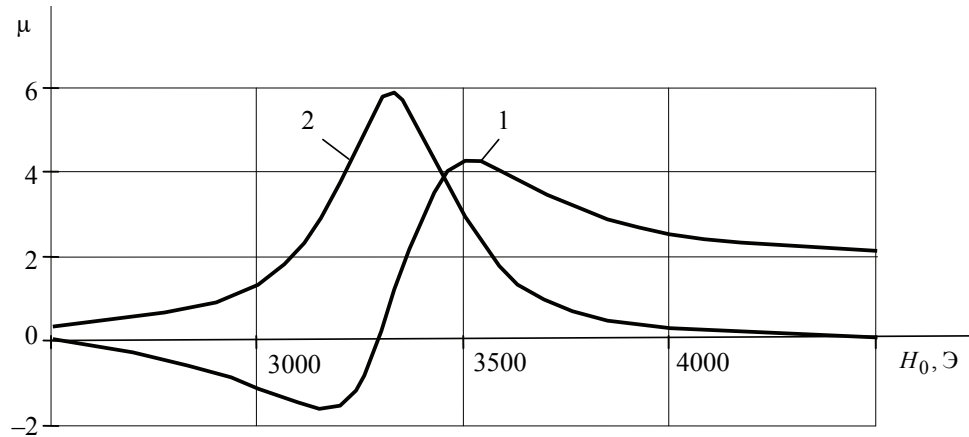


Рис. 3 Ферромагнитный резонанс в сплошной ферромагнитной среде [1]:
кривая 1 – действительная часть μ ; кривая 2 – мнимая часть μ ;

$$M_0 = 160 \text{ Гс}; f = 9,375 \text{ ГГц}; \omega_r = 3 \cdot 10^9$$

Используя формулы (12) и вычисленные значения действительных и мнимых частей компонентов тензора эффективной магнитной проницаемости $\vec{\mu}^{\Sigma}$ (3) (рис. 2), можно сделать оценку ширины кривой ферромагнитного резонанса, определяющей магнитные потери магнитного наноматериала и эффективную намагниченность магнитной нанорешетки.

Из электродинамического расчета, результаты которого представлены на рис. 2, следует, что наноструктурированная гиромангнитная среда имеет более узкую ширину кривой ферромагнитного резонанса, чем сплошная ферромагнитная среда (рис. 3).

Неоднородное магнитное поле в магнитной нанорешетке (эффективная намагниченность магнитной нанорешетки $M_0^{\Sigma} = 1709 \text{ Гс}$) имеет величину порядка магнитного момента насыщения ферромагнетика (намагниченность насыщения $4\pi M_0 = 21580 \text{ Гс}$) и масштаб изменения, определяемый периодом решетки a .

Узкая ширина кривой ферромагнитного резонанса (малые магнитные потери) и большие значения напряженности магнитного поля в нанорешетке (порядка магнитного момента насыщения ферромагнетика) позволяют в перспективе создавать на основе таких магнитных наноматериалов параметрические усилители и генераторы с низким уровнем мощности накачки.

Как следует из результатов математического моделирования, магнитное поле наночастиц можно перестраивать путем перемагничивания всей решетки или отдельных ее частей внешним магнитным полем H_0 . Это свойство решеток ферромагнитных наночастиц открывает новые возможности для управления свойствами сред, высокочувствительных к магнитному полю, и создавать магнитные фотонные кристаллы и устройства на их основе в микроволновом и терагерцовом диапазонах.

Список литературы

1. Гуревич, А. Г. Магнитные колебания и волны / А. Г. Гуревич, Г. А. Мелков. – М. : Наука, 1994.

2. **Голованов, О. А.** Математическое моделирование и электродинамический расчет эффективных параметров магнитных наноматериалов / О. А. Голованов, Г. С. Макеева, М. В. Савченкова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2008. – № 4. – С. 80–85.
3. **Голованов О. А.** Вычислительный алгоритм определения дескрипторов автономных блоков с магнитными нановключениями и каналами Флоке / О. А. Голованов, Г. С. Макеева, М. В. Савченкова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2009. – № 2 (10). – С. 91–101.
4. **Макеева, Г. С.** Анализ распространения и дифракции электромагнитных волн в микроволновых магнитных наноструктурах / Г. С. Макеева, О. А. Голованов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2008. – № 1. – С. 110–121.
5. **Pardavi-Horvath, M.** Nonlinear Phenomena in Magnetic Nanoparticle Systems at Microwave Frequencies / M. Pardavi-Horvath, G. S. Makeeva, O. A. Golovanov // IEEE Transaction on Magnetics. – 2008. – V. 44. – № 10. – Oct.

Макеева Галина Степановна

доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра радиотехники
и радиоэлектронных систем, Пензенский
государственный университет,
действительный член Академии
инженерных наук им. А. М. Прохорова

Makeeva Galina Stepanovna

Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, sub-department of radio
engineering and radio-electronic systems,
Penza State University, full member
of Engineering sciences Academy
named after A. M. Prokhorov

Голованов Олег Александрович

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
математики и начертательной геометрии,
Пензенский артиллерийский
инженерный институт им. Н. Н. Воронова

Golovanov Oleg Alexandrovich

Doctor of physico-mathematical sciences,
professor, head of sub-department
of mathematics and descriptive geometry,
Penza Artillery and Military Engineering
Institute named after N. N. Voronov

Савченкова Мира Викторовна

инженер, Пензенский государственный
университет архитектуры и строительства

Savchenkova Mira Viktorovna

Engineer, Penza State University
of Architecture and Construction

УДК 537.874.6

Макеева, Г. С.

Электродинамический расчет ферромагнитного резонанса в магнитных композитных наноматериалах на основе решеток ферромагнитных наносфер / Г. С. Макеева, О. А. Голованов, М. В. Савченкова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2009. – № 2 (10). – С. 102–109.